

PREMIER PRINCIPE

I Transformations d'un gaz parfait

On notera P , T , V les paramètres pression, température et volume d'un gaz ; on notera respectivement C_p , C_v les chaleurs molaires à pression et volume constant, et γ le rapport $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

Dans la suite, les systèmes thermodynamiques étudiés seront des gaz parfaits.

1) Quelques propriétés d'un gaz parfait

a) Rappeler l'équation d'état d'un gaz parfait ; on désignera par n le nombre de moles et par R la constante molaire des gaz parfaits.

b)

* Rappeler la relation qui lie la fonction d'état H à la fonction d'état énergie interne U .

* Montrer que (relation de Mayer) : $C_p - C_v = R$.

* Exprimer C_v en fonction de R et γ .

* n moles d'un gaz parfait évoluent d'un état initial caractérisé par P_0 , V_0 jusqu'à un état final caractérisé par P_1 , V_1 . Montrer que la variation d'énergie interne de ce gaz parfait au cours de cette transformation peut s'écrire :

$$\Delta U = \frac{P_1 V_1 - P_0 V_0}{\gamma - 1}.$$

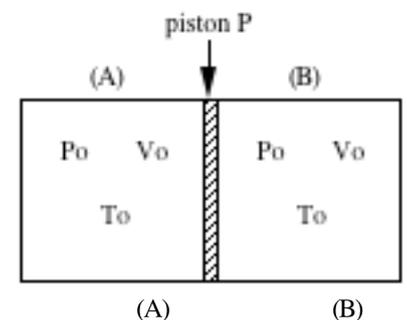
2) Transformations réversibles d'un gaz parfait

Un cylindre horizontal, de volume invariable, est fermé à ses deux extrémités par deux parois fixes. Ce cylindre est séparé en deux compartiments A et B par un piston P mobile sans frottements. Les parois du cylindre et le piston sont adiabatiques et de capacités calorifiques négligeables.

Dans l'état initial, les deux compartiments A et B contiennent un même nombre de moles d'un gaz parfait dans le même état P_0 , V_0 , T_0 .

On chauffe le compartiment A à l'aide d'une résistance électrique jusqu'à un état final où la pression dans le compartiment A est $P_1 = 3 P_0$.

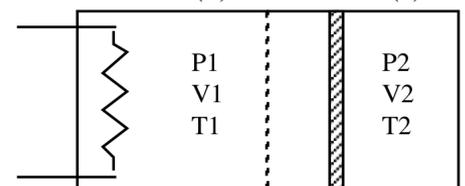
On pourra considérer la suite des états du système comme une suite d'états d'équilibre.



a) Calculer :

* pour l'état final du compartiment B la pression P_2 , le volume V_2 et la température T_2 .

* pour l'état final du compartiment A le volume V_1 et la température T_1 .



b) On veut déterminer la quantité de chaleur Q_1 fournie par la résistance chauffante au compartiment A.

* Montrer que Q_1 s'exprime très facilement en fonction des variations d'énergie interne des gaz des compartiments A et B (respectivement ΔU_1 et ΔU_2).

* Donner l'expression de Q_1 en fonction de P_0 , V_0 et γ .

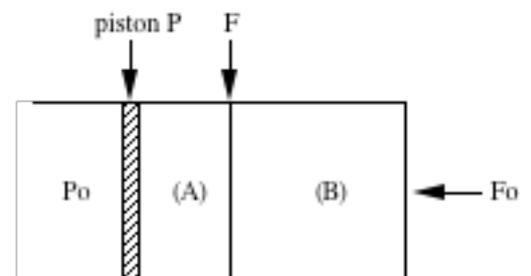
3) Détente irréversible d'un gaz parfait

Un cylindre horizontal est fermé à l'une de ses extrémités par une paroi fixe F_0 et à l'autre extrémité par un piston P qui peut coulisser sans frottements le long du cylindre.

Le cylindre est séparé en deux compartiments A et B par une paroi fixe F.

Sur la face extérieure du piston s'exerce la pression atmosphérique P_0 qu'on suppose uniforme et constante.

Dans la situation initiale, le compartiment A de volume V_A contient n moles



d'un gaz parfait. Le compartiment B de volume V_B est initialement vide.

Les parois du cylindre et le piston sont adiabatiques et de capacités calorifiques négligeables.

a) Préciser la pression et la température initiales dans le compartiment A.

b) On perce un orifice dans la paroi fixe F et on cherche à décrire les caractéristiques d'un nouvel état d'équilibre qu'on supposera atteint.

* En analysant qualitativement le problème, montrer que selon la valeur de V_B par rapport à une valeur-seuil V_{Bs} (qu'on ne cherchera pas à déterminer à ce stade de l'étude), deux types de solutions existent ; pour répondre à cette question, on pourra s'intéresser à l'équilibre mécanique du piston dans l'état final.

* En supposant que V_B est inférieur à la valeur-seuil, déterminer les caractéristiques P_1, V_1, T_1 du gaz enfermé dans le cylindre A+B quand le nouvel état d'équilibre est atteint ; on exprimera ces grandeurs en fonction de toutes ou de certaines des données P_0, γ, n, V_A, V_B et de R.

* Déterminer la valeur-seuil V_{Bs} en fonction de V_A et de γ .

* On suppose cette fois V_B supérieur à V_{Bs} .

Déterminer P_2, V_2, T_2 , du gaz enfermé à l'intérieur du cylindre dans le nouvel état d'équilibre ; on exprimera ces grandeurs en fonction de toutes ou de certaines des données P_0, γ, n, V_A, V_B et de R.

$$\text{Réponse : } P_2 = 3 P_0 ; V_2 = V_0 3^{-1/\gamma} ; T_2 = T_0 3^{1-1/\gamma} ; V_1 = V_0 (2 - 3^{-1/\gamma}) ; T_1 = T_0 (6 - 3^{1-1/\gamma}) ; Q_1 = \Delta U_1 + \Delta U_2 = \frac{4P_0 V_0}{\gamma - 1} ;$$

$$P_A = P_0 ; T_A = \frac{P_0 V_A}{nR} ; P_1 = P_0 ; V_1 = \frac{\gamma(V_A + V_B) - V_B}{\gamma} ; T_1 = \frac{P_0 \gamma(V_A + V_B) - V_B}{nR} ; V_2 = V_B ; P_2 = \frac{\gamma P_0 V_A}{V_B} ; T_2 = \frac{\gamma P_0 V_A}{nR} ;$$

$$V_{Bs} = \gamma V_A.$$

II Transformation rectiligne dans le diagramme de Clapeyron

Un gaz parfait monoatomique ($C_{vm} = 3R/2$) subit une transformation représentée par un segment de droite passant par l'origine dans le diagramme de Clapeyron $P = f(V)$. Il passe de l'état (P_1, V_1) à l'état (P_2, V_2) avec $V_2 = 2 V_1$.

Exprimer la quantité de chaleur Q recue par le gaz au cours de cette transformation en fonction des seuls paramètres initiaux P_1 et V_1 .

Application numérique : $P_1 = 5,0 \text{ bar} ; V_1 = 20 \text{ L}$.

$$\text{Réponse : } 6 P_1 V_1.$$

III Étude d'un compresseur à deux étages

Au cours des diverses transformations, nous supposons que l'air décrit une suite continue d'états d'équilibre thermodynamiques internes.

1) Un compresseur amène une mole de gaz parfait de l'état initial (P_1, T_1) à l'état (P_2, T_2) par une compression adiabatique. Le gaz est ensuite refroidi de manière isobare de la température T_2 à la température T_1 .

a) Représenter la suite des deux transformations dans un diagramme de Clapeyron où l'on fera figurer les deux isothermes concernées.

b) Pour la suite, on posera $a = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$ avec γ rapport des capacités thermiques à pression constante et à volume constant. Déterminer la relation donnant T_2 en fonction de a et de T_1 .

c) Établir l'expression du travail total W_T échangé par mole de gaz en fonction de R (constante des gaz parfaits), γ, T_1 et a .

2) La compression précédente est maintenant réalisée en deux étapes. Dans le premier étage, on comprime de manière adiabatique le gaz de la pression P_1 à la pression $P_1' = b P_1$, avec b constante comprise entre 1 et P_2/P_1 .

A la sortie du premier étage, le gaz est refroidi de façon isobare jusqu'à la température T_1 , puis introduit et comprimé de manière adiabatique de la pression P_1' à la pression P_2 . Le gaz est enfin ramené à la température initiale T_1 par un refroidissement isobare.

a) Quelle est l'expression du travail total W_T' échangé par mole de gaz dans la compression bi-étagée ?

Exprimer W_T' en fonction de R, γ, T_1, a et $x = b^{(\gamma-1)/\gamma}$.

b) Comparer le travail W_T' à celui, W_T , obtenu dans la compression mono-étagée.

c) Quelle valeur faut-il donner à b pour que W_T' soit minimal ? Quelle est la valeur W_m' correspondante de W_T' ?

d) Calculer le rapport $\frac{W_m'}{W_T}$ pour $\gamma = 1,40, P_1 = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ et $P_2 = 2,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Réponse : $T_2 = aT_1$; $W_T = \frac{\gamma RT_1(a-1)}{\gamma-1}$; $W'_T = \frac{\gamma RT_1}{\gamma-1} \left(x + \frac{a}{x} - 2 \right)$; $W_T' < W_T$; $x = \sqrt{a}$; 0,951.

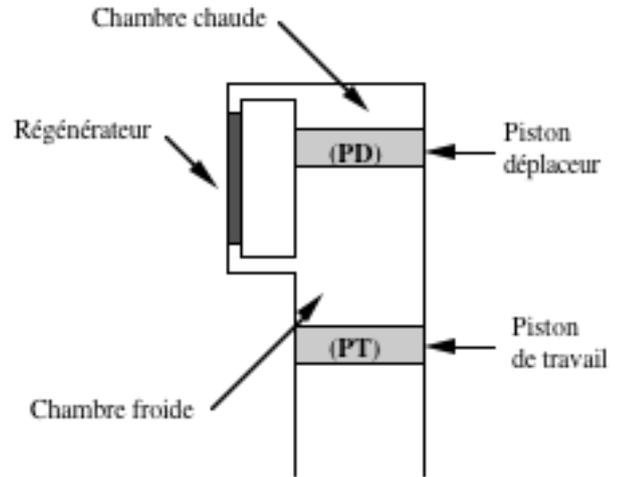
IV Moteur de Stirling

Dans le moteur de Stirling, une même quantité d'air reçoit un transfert thermique d'une source chaude à température $T_C = 1500$ K (c'est la chambre de combustion où un combustible brûle continûment) et cède un transfert thermique à une source froide à température $T_F = 320$ K (c'est le circuit de refroidissement).

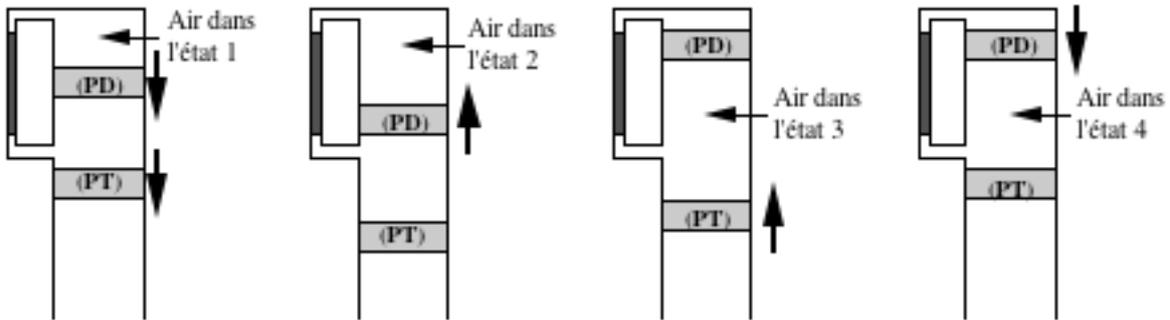
Le moteur est constitué (cf. figure ci-contre) d'un cylindre dans lequel peuvent se déplacer deux pistons isolants thermiques : le piston de travail (PT) qui impose les variations du volume total de l'air dans le cylindre ; le piston déplaceur (PD) répartit l'air entre les deux espaces qu'il sépare dans le cylindre, appelés chambre chaude (C) et chambre froide (F), et c'est dans ces espaces qu'ont lieu les échanges thermiques respectifs avec les sources chaude et froide.

Les chambres chaude et froide sont reliées par un régénérateur (R) constitué d'une tubulure de volume négligeable remplie de fils de cuivre tressés : lorsque l'air traverse (R) de (C) vers (F), il entre dans (R) à la température T_C , cède aux fils de cuivre un transfert thermique $-Q_R$ et sort de (R) à la température T_F ; lorsque l'air retransverse (R) de (F) vers (C), il entre dans (R) à la température T_F , récupère le transfert thermique $+Q_R$ et sort de (R) à la température T_C .

On suppose l'évolution quasi-statique et mécaniquement réversible.



Le fonctionnement du moteur est schématisé ci-dessous :



- * l'air initialement dans l'état E_1 ($P_1, V_1 = V_{\min} = 0,1$ L, $T_1 = T_C$) dans la chambre chaude (C) se détend de manière isotherme jusqu'à l'état E_2 ($P_2, V_2 = V_{\max} = 1$ L, $T_2 = T_C$) en entraînant solidairement les deux pistons ;
- * le piston de travail (PT) restant fixe et le volume V restant donc constant, le piston déplaceur (PD) monte et impose à l'air de passer dans la chambre froide (F) à travers le régénérateur (R); en traversant le régénérateur, l'air cède le transfert thermique $-Q_R$; il en sort dans l'état E_3 ($P_3 = 1,00$ bar, $V_3 = V_{\max}$, $T_3 = T_F$) ;
- * le piston déplaceur (PD) restant en position haute, le piston de travail (PT) comprime l'air de manière isotherme dans la chambre froide (F) jusqu'à l'état E_4 ($P_4, V_4 = V_{\min}$, $T_4 = T_F$) ;
- * le piston de travail (PT) restant fixe et le volume V restant donc constant, le piston déplaceur (PD) descend et impose à l'air de passer dans la chambre chaude (C) à travers le régénérateur (R) ; en traversant le régénérateur, l'air reçoit le transfert thermique $+Q_R$; il en sort dans l'état E_1 ; l'air, les pistons et le régénérateur sont ramenés dans leur état initial, un nouveau cycle peut commencer.

L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29,0$ g.mol⁻¹ et de coefficient isentropique constant $\gamma = 1,40$.

On rappelle la valeur $R = 8,314$ J.K⁻¹.mol⁻¹ de la constante des gaz parfaits.

- 1)
 - a) Tracer le cycle dans un diagramme de Clapeyron (P, V).
 - b) Remplir le tableau suivant résumant les états successifs de l'air en reportant les données de l'énoncé et en calculant les valeurs qui manquent (on donnera les calculs qui les justifient) :

État	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄
P en bar				
V en L				
T en K				

c) Calculer les travaux et transferts thermiques algébriquement reçus par l'air au cours des évolutions 1 → 2, 2 → 3, 3 → 4 et 4 → 1.

2) Définir et calculer le rendement thermodynamique du moteur de Stirling. Comparer avec celui du moteur de Carnot correspondant et commenter.

Réponse : P₁ = 46,9 bar ; P₂ = 4,70 bar ; P₄ = 10,0 bar ; W₁₂ = - 1,08 kJ ; W₂₃ = 0 ; W₃₄ = 0,230 kJ ; W₄₁ = 0 ; Q₁₂ = 1,08 kJ ; Q₂₃ = - 0,922 kJ ; Q₃₄ = - 0,230 kJ ; Q₄₁ = 0,922 kJ ; rendement = 78,7% comme Carnot.

V Mesures thermodynamiques

On rappelle que la variation d'enthalpie massique Δh d'un corps pur lors d'un changement d'état physique est aussi appelée « chaleur latente de changement d'état » et notée L .

Afin d'éviter les confusions, on notera le temps t , la température absolue T et la température en degrés Celsius θ ; pour les applications numériques : $T = \theta + 273,15$.

1) Expressions du premier principe

a) Rappeler l'expression du premier principe de la thermodynamique, entre deux états d'équilibre quelconques d'un système fermé globalement immobile dans le référentiel d'étude.

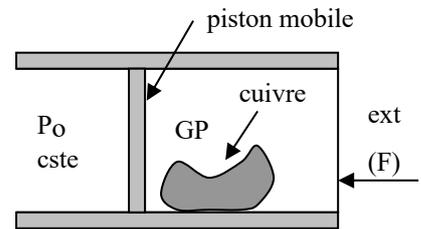
Expliquer très simplement la différence entre « travail » et « transfert thermique ».

b) On s'intéresse à des systèmes de variables d'état (P, V, T), pour lesquels le seul travail est celui des forces pressantes ; à partir de l'expression précédente, démontrer la relation entre la variation d'enthalpie et le transfert thermique dans le cas particulier de transformations isobares.

2) Calorimétrie non adiabatique

Le système étudié, constitué de n moles d'air assimilé à un gaz parfait et d'une masse m de cuivre solide, est contenu dans un cylindre schématisé ci-contre ; on précise que :

- le piston est mobile sans frottement, les autres parois sont fixes ;
- les éléments hachurés sont athermanes (i.e. imperméables aux transferts thermiques), tandis que la paroi (F) permet ces transferts.



Données : - coefficient de Laplace du gaz : $\gamma = 7/5$; $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$; $n = 1 \text{ mol}$;
- capacité thermique massique du cuivre : $c = 385 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$; $m = 269 \text{ g}$;

- P_0 est constante ; les valeurs de γ et de c sont ici indépendantes de la température.

a) Comment définit-on les capacités thermiques CV et CP d'un système thermodynamique ?

Simplifier ces expressions dans le cas d'un gaz parfait et établir dans ce cas les expressions des capacités molaires CV,M et CP,M en fonction du coefficient γ et de la constante R des gaz parfaits.

b) La température extérieure étant restée longtemps égale à T_0 , le fond (F) du cylindre est mis en contact avec une source (ou thermostat) à la température T_1 ; on laisse le système atteindre l'équilibre. Le volume V occupé par le gaz subit une diminution relative de 5% à partir de la valeur initiale V_0 . En déduire la température Celsius finale si $\theta_0 = 27^\circ\text{C}$.

c) En fonction des températures et des données, exprimer la variation d'enthalpie du système lors de la transformation décrite ci-dessus, sous la forme $\Delta H = C' \cdot \Delta T$. Quelles propriétés essentielles de l'enthalpie utilise-t-on pour établir cette expression ?

d) En déduire l'expression du transfert thermique Q algébriquement reçu par le système à travers (F).

Faire l'application numérique et interpréter son signe.

e) Exprimer et calculer la variation d'énergie interne ΔU du système.

Interpréter la différence entre ΔU et ΔH dans le cadre du premier principe.

3) Calorimètre à basse température

Sous pression atmosphérique, la température d'équilibre liquide-gaz du diazote est $T_e = 77,4$ K. Il est commode de conserver l'azote liquide dans un « vase de Dewar », c'est-à-dire un récipient bien isolé thermiquement (mais non parfaitement) et communiquant avec l'atmosphère : le faible apport d'énergie à travers le vase entretient la lente ébullition du liquide qui s'évapore lentement. On dispose ainsi d'une « source de froid » commode et économique.

a) Afin de mesurer la chaleur latente L_v de vaporisation de l'azote sous pression constante, on place sur une balance électronique un vase Dewar ouvert contenant de l'azote liquide : la diminution de la masse M mesurée au cours du temps traduit l'évaporation de l'azote.

Le mode opératoire est le suivant :

phase (1) : entre $t = 0$ et $t = t_1$, on alimente une résistance R plongée dans le calorimètre : tension U et intensité I constantes ;

phase (2) : le chauffage est coupé à $t = t_1 = 10$ minutes.

La masse M mesurée en grammes est enregistrée à intervalles réguliers de $t = 0$ à $t_2 = 15$ minutes (figure ci-contre : t en secondes) ; on précise qu'à tout instant il reste de l'azote liquide dans le récipient.

Comment évolue la température du liquide supposé homogène ? Justifier.

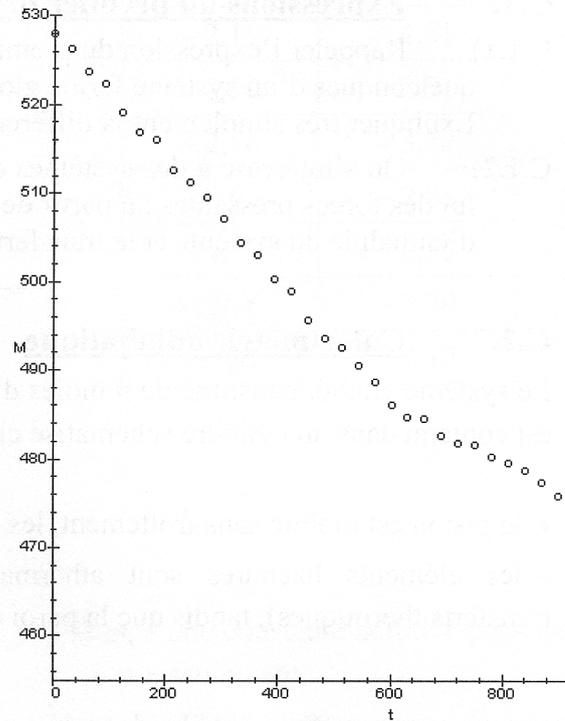
b) Pourquoi la masse diminue-t-elle même en l'absence de chauffage ? Pourquoi est-il difficile de l'empêcher ?

c) Pour chaque phase de l'expérience, estimer la masse d'azote évaporé (m_1 et m_2). Calculer le rapport noté r des vitesses d'évaporation (phase1 / phase2).

d) On désigne par P_J la puissance apportée par effet Joule et par P celle des autres transferts thermiques, puissances algébriquement reçues par l'azote et supposées constantes. Établir pour chaque phase de l'expérience une relation entre m_1 , m_2 ,

L_v , P_J , P et les dates nécessaires.

e) En déduire une expression littérale de L_v indépendante de P , puis sa valeur numérique si $U = 8,5$ V et $R = 10$ Ω .



Réponse : $dH = \delta Q$; $\theta_1 = 12^\circ\text{C}$; $C' = mc + \frac{nR}{\gamma-1}$; $Q = C' (\theta_1 - \theta_0)$; $\Delta U = \left(mc + \frac{nR}{\gamma-1} \right) (\theta_1 - \theta_0)$;

$T = \text{cte}$; $m_1 = 42$ g et $m_2 = 10$ g ; $(P_J + P)t_1 = m_1 L_v$ et $P(t_2 - t_1) = m_2 L_v$; $L_v = \frac{U^2 t_1 (t_2 - t_1)}{R [m_1 (t_2 - t_1) - m_2 t_1]}$.

VI Équilibre de l'eau liquide avec sa vapeur

On considère de l'eau liquide en équilibre avec sa vapeur à la température $T_0 = 394$ K et à la pression $P_0 = 2,00$ bar. La masse d'eau est $m = 9,00$ g et le volume total occupé par l'eau est $V_0 = 4,70$ L.

1) Déterminer le titre en vapeur du mélange.

2) On place le système dans un thermostat à la température $T_F = 478$ K. Représenter la transformation dans le diagramme (P, v) et déterminer le transfert thermique Q fourni par le thermostat dans les deux cas suivants :

a) si l'on maintient la pression constante égale à P_0 .

b) si le volume est invariable.

On donne, pour l'eau, les valeurs des volumes massiques de la vapeur saturante (v_V) et du liquide de saturation (v_L) ainsi que les enthalpies massiques correspondantes (h_V et h_L) :

* $T = 394$ K : $v_V = 858$ $\text{dm}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$; $h_V = 2,71$ $\text{MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$; $v_L = 1,06$ $\text{dm}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$; $h_L = 509$ $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

* $T = 412$ K : $v_V = 522$ $\text{dm}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

* $T = 478$ K et pour un volume massique de 522 $\text{dm}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$: $h = h' = 2,87$ $\text{MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $P = P' = 4,10$ bar.

* $T = 478$ K et pour une pression $P = 2,00$ bar : $h = h'' = 2,89$ $\text{MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Réponse : $x = 0,610$; $Q = 9,38$ kJ puis $Q = 8,22$ kJ.

VII Moteur de scooter

Les scooters de cylindrée inférieure à 50 cm^3 sont équipés d'un moteur à explosion à deux temps. Celui-ci existe sous plusieurs formes. Le type le plus répandu (surtout dans le domaine des petites puissances) est celui qui comporte trois lumières ; celles-ci sont destinées à assurer l'aspiration, l'échappement et la communication entre le carter et le cylindre. Le mélange carburé (air - essence - huile) provenant du carburateur pénètre dans le carter pendant le mouvement du piston du P.M.B (point mort bas) au P.M.H (point mort haut). Au cours de la descente, cet air est comprimé et dirigé vers le cylindre par le canal de transfert. La légère compression du mélange carburé permet l'évacuation du gaz de combustion. Le graissage des parties mobiles, assuré par de l'huile que l'on mélange à l'essence, permet de réduire les frottements.

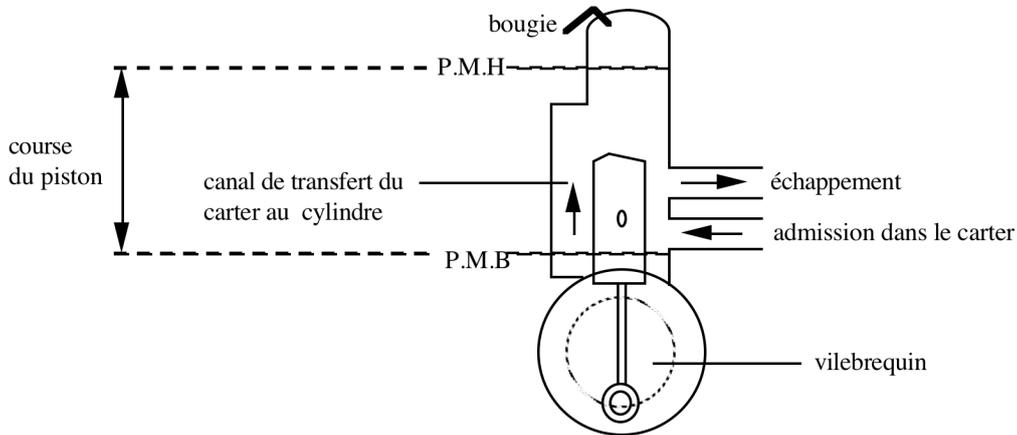


Figure 1

PRINCIPE GÉNÉRAL : Il est rappelé que les quatre phases (admission, compression, combustion et détente), qui sont réparties sur deux tours de vilebrequin dans un quatre temps (deux allers et deux retours de piston) se succèdent dans un deux temps sur un seul tour de vilebrequin (un aller et un retour de piston). Cela est possible parce que les phases échappement et admission ont lieu très rapidement et sensiblement au moment où le piston se trouve au point mort bas (P.M.B).

Pratiquement le diagramme de Watt (pression en ordonnées, volume en abscisses) a l'allure représentée sur la **figure 2**. On y distingue les deux temps :

- 1er temps : compression du mélange carburé (FB), combustion (BC).
- 2ème temps : détente (CD), échappement des gaz de combustion et admission d'une nouvelle charge de mélange carburé (DHF).

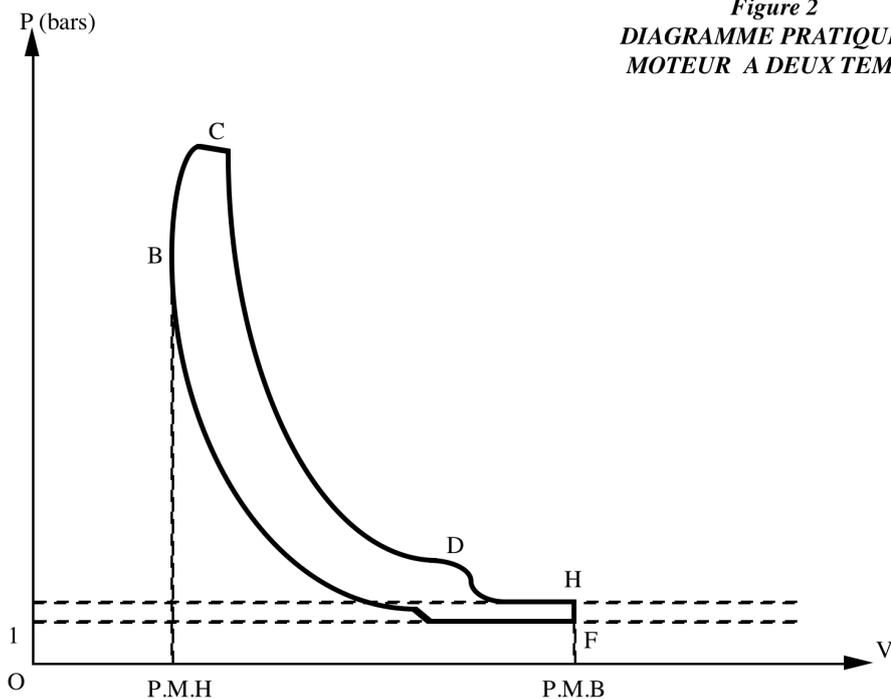


Figure 2
DIAGRAMME PRATIQUE DU
MOTEUR A DEUX TEMPS

Le diagramme théorique (B' C' D' F') s'identifie au cycle de Beau de Rochas. Il est établi avec les hypothèses suivantes :

- la combustion (B' C') est instantanée et se produit lorsque le volume du cylindre vaut V_C (piston au point mort haut).
- la détente (C' D') et la compression (F' B') du mélange sont adiabatiques réversibles.
- lors de l'échappement et de l'admission (D' F') quasi instantanées, le volume du cylindre est considéré constant égal à V_D .

La cylindrée du moteur est $V_D - V_C$.

Le taux de compression est égal au rapport volumétrique $a = V_D/V_C$.

Dans la notice technique d'un scooter (Spacer 50 Kymco), on lit les indications suivantes :

vitesse maximale : 45 km.h^{-1}

régime de puissance maximale : $7000 \text{ tours.min}^{-1}$ (vitesse angulaire du vilebrequin)

puissance maximale : $4,40 \text{ kW}$

cylindrée : $49,5 \text{ cm}^3$

course du piston : $39,2 \text{ mm}$.

On donne :

* la constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

* la température et la pression du point F' : $T_F = 300 \text{ K}$, $P_F = 1,00.10^5 \text{ Pa}$

On fera d'autre part l'approximation suivante : l'air étant en grand excès par rapport au mélange (huile + carburant), on assimilera le mélange carburé à un gaz parfait unique, de coefficient $\gamma = 1,40$ ($\gamma = C_p/C_v$ rapport de capacités thermiques molaires à pression constante et à volume constant), de masse molaire $29,0 \text{ g.mol}^{-1}$.

On définit le pouvoir calorifique du carburant, noté q , supposé indépendant de la température, comme l'énergie libérée par la combustion d'une unité de volume d'essence. On prendra $q = 30,0 \text{ kJ.cm}^{-3}$.

DÉTERMINATION DE LA CONSOMMATION D'ESSENCE DU SCOOTER

1- Tracer l'allure du cycle (F' B' C' D' F') dans un diagramme de Watt (P, V).

2- Lorsque le scooter roule à 45 km.h^{-1} à son régime maximal de $7000 \text{ tours.min}^{-1}$, quelle est la durée d'un cycle ?

En déduire la vitesse moyenne du piston sur un cycle.

Comparer cette vitesse à l'ordre de grandeur $\sqrt{\frac{5RT_F}{M}}$ de la vitesse quadratique moyenne des molécules en F'. Peut-on en déduire une caractéristique des transformations (C' D') et (F' B') ?

3- Rappeler pour quel type de système et pour quel type de transformation, la loi de Laplace $PV^\gamma = \text{cte}$ est applicable.

Pourquoi dit-on qu'une transformation adiabatique réversible est isentropique ?

Est-ce que cela dépend de la nature du système ?

4- La pression en fin de compression est de $6,00.10^5 \text{ Pa}$. En déduire le taux de compression $a = V_D/V_C$.

5- Exprimer le travail fourni par le moteur au cours d'un cycle en fonction de γ , P_F , V_D et des températures T_F , T_B , T_C , T_D des points F', B', C', D'.

On rappelle que pour un gaz parfait la capacité thermique molaire à volume constant est : $C_V = R/(\gamma-1)$.

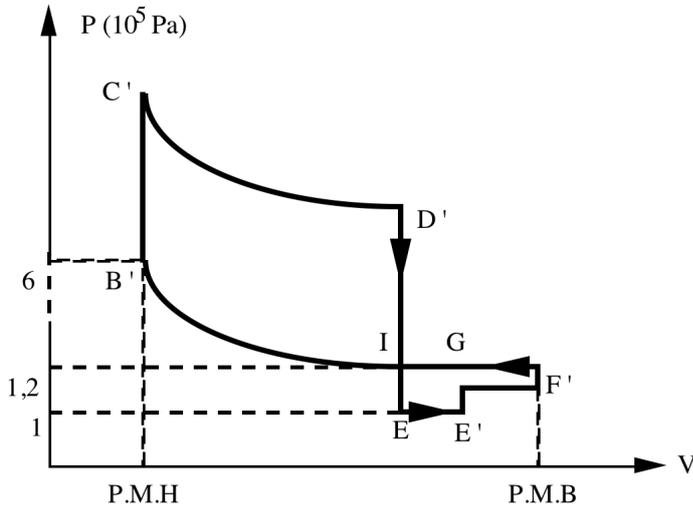
6- Exprimer le transfert thermique libéré par la combustion en fonction de γ , P_F , V_D , T_C , T_B , T_F .

7- Définir le rendement thermodynamique η du cycle et l'exprimer en fonction de a et γ .

8- En prenant $\eta = 0,4$, calculer le transfert thermique libéré par la combustion à chaque cycle lorsque le scooter roule à son régime de puissance maximale $P = 4,4 \text{ kW}$ à la vitesse de 45 km.h^{-1} .

9- Quelle est la consommation d'essence pour parcourir 100 km ? Que pensez-vous de la valeur trouvée ?

10- Un modèle un peu plus précis détaille la phase d'admission et d'échappement, comme cela est représenté sur le diagramme **figure 3**.



E : ouverture de l'échappement
 I : fermeture de l'échappement
 E' : ouverture de l'admission
 G : fermeture de l'admission
 F' : P.M.B

Figure 3

Quelle est la conséquence pour le travail effectivement fourni par le moteur sur un cycle et pour la consommation ?

11- Pourquoi peut-on dire qu'a priori un moteur à deux temps, de même cylindrée et de même régime est deux fois plus puissant qu'un moteur à quatre temps ? En réalité, la puissance n'est que 1,5 fois plus grande. Pourquoi ?

Réponse : $8,6 \text{ ms} ; 9 \text{ m.s}^{-1} \ll 650 \text{ m.s}^{-1} ; a = \left(\frac{P_B}{P_F}\right)^{1/\gamma} ; W = \frac{P_F V_D}{(\gamma-1)T_F} (T_B - T_F + T_D - T_C) ; Q_{B'C'} = \frac{P_F V_D}{(\gamma-1)T_F} (T_C - T_B) ;$
 $\eta = -\frac{W}{Q_{B'C'}} = 1 - a^{1-\gamma} ; \approx 3L.km^{-1}.$

VIII Étude du cycle de Lenoir pour un moteur thermique.

Le 24 janvier 1860, Étienne Lenoir dépose le brevet n° 43 624 : « pour un moteur dilaté par la combustion du gaz de l'éclairage (mélange de divers hydrocarbures légers) enflammé par l'électricité », un moteur à simple effet et à deux temps, dont le principe est le suivant :

Dans le premier temps, le piston s'éloigne du fond du cylindre, aspire le mélange de gaz d'éclairage et d'air ; vers le milieu de sa course l'ouverture d'aspiration est fermée, une étincelle éclate au fond du cylindre et produit l'explosion ; la fin de la course est motivée du fait de la détente des gaz brûlés. Dans le second temps, le piston, en revenant sur ses pas, chasse dehors les gaz de combustion par une soupape d'échappement commandée mécaniquement par le moteur.

Lenoir le fabrique en 1860 en 400 exemplaires qui servent notamment, l'année suivante, à faire fonctionner sur la Seine le premier bateau à moteur. Le moteur de Lenoir est l'un des premiers types de moteur à combustion interne.



Modélisation :

Le mélange air-carburant est considéré comme un gaz parfait, dont la composition chimique est supposée ne pas avoir de conséquences sur son rapport de capacité thermique γ de valeur invariante $\gamma = 1,4$.

L'état initial de n moles de gaz parfait est caractérisé par $P_1 = 1,00. 10^5 \text{ Pa}, V_1 = 1,20 \text{ L}, T_1 = 300 \text{ K}.$

Cette quantité de gaz subit successivement :

- un réchauffement isochore, depuis l'état A (P_1, V_1, T_1) jusqu'à un état B (P_2, V_1, T_2) ;
- une détente isotherme, qui double approximativement son volume, l'amenant à un état C de volume $V_2 = 2,50 \text{ L} ;$
- une compression isobare qui le ramène à l'état initial A (P_1, V_1, T_1).

1. Représenter le cycle de transformation dans le diagramme de Watt (P, V).

A quelle température T_2 s'effectue la détente isotherme ?

En déduire la pression maximale P_{max} atteinte sur le cycle.

- Le cycle réel comporte en outre des phases d'admission et de refoulement des gaz brûlés, procédant de façon isobare sous la pression P_1 . La phase d'admission consiste en une entrée du mélange air-carburant, le volume passant de 0 à V_1 . Pour la phase de refoulement, le volume passe de V_1 à 0.
Pourquoi ces deux phases n'ont-elles pas à être prises en compte dans l'étude théorique du cycle ?
- En exprimant le travail des forces pressantes pour chacune des phases du cycle (A, B, C), calculer le travail W_{cy} échangé par le système au cours du cycle. Comment interpréter son signe ?
- Évaluer le transfert thermique Q_{ch} communiqué au fluide durant la transformation isochore (A, B), mettant en jeu la combustion du mélange air-carburant. Justifier brièvement la modélisation isochore appliquée à cette transformation.
- Calculer le rendement théorique du cycle $r = |W_{cy} / Q_{ch}|$
- Le moteur réalisant techniquement ce cycle est un moteur deux temps, dont le rotor effectue un tour pour chaque cycle. Quelle doit être sa vitesse de rotation, en tours par minute, pour que ce moteur fournisse une puissance $P_m = 420 \text{ W}$?
- Le modèle de cycle considéré précédemment comporte notamment une phase de détente isotherme. Quelle devrait être la valeur du transfert thermique Q_2 reçu par le gaz durant cette phase ? Expliquer pourquoi un tel modèle est discutable.
- On remplace la transformation B – C par une transformation supposée adiabatique et réversible. On note T_B la température atteinte en fin de combustion (état B) telle que la température à l'état C reste égale à la T_2 calculée précédemment. Déterminer T_B en fonction du rapport des volumes $a = V_2/V_1$, puis calculer numériquement sa valeur.
- Exprimer le rendement r' obtenu alors pour le cycle, d'abord en fonction de γ , T_1 , T_2 et T_B , puis en fonction de γ et du rapport des volumes $a = V_2/V_1$.
- Calculer numériquement r' .

Réponse : $T_2 = 625 \text{ K}$; $P_{max} = 2,08 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $W_{cy} = -53 \text{ J}$; $Q_{ch} = 325 \text{ J}$; $r = 16\%$; $476 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$; $Q_2 = 183 \text{ J}$; $T_B = 838 \text{ K}$; $r' = 15\%$.

IX Chauffage d'un gaz parfait

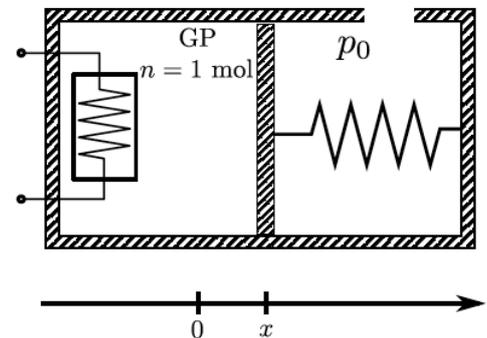
Dans tout l'exercice, le gaz parfait est supposé doté d'un rapport de capacités thermiques constant $\gamma = C_{pm}/C_{vm} = \text{cte}$.

Les capacités thermiques des parois, piston et résistance seront négligées.

On note (EET) un état d'équilibre thermodynamique.

Le compartiment de droite est en communication avec l'atmosphère ce qui implique que la pression dans le compartiment de droite est constante et égale à p_0 .

Une mole de gaz parfait (GP) est contenue dans le cylindre calorifugé fermée par un piston calorifugé de section $\sigma = 0,050 \text{ m}^2$ retenu par un ressort de raideur $k = 25 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ et de longueur à vide l_0 . Il n'y a aucun frottement.



Initialement le gaz parfait est à la température $T_0 = 290 \text{ K}$, à la pression $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, de coefficient $\gamma = 1,4$.

La constante des gaz parfaits vaut $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Une résistance électrique fournit lentement de l'énergie par transfert thermique au gaz parfait de sorte que la transformation du gaz

parfait est une suite d'EET. L'EET final correspond à $p_F = 2p_0$ et les grandeurs correspondant à l'EET final sont indicées par la lettre F.

On note x le déplacement du piston à partir de sa position initiale.

- 1) Quelle est la longueur du ressort dans l'état initial ? Rappeler l'expression de l'énergie potentielle élastique du ressort.
- 2) Détermination de l'équilibre final :
 - a) Exprimer la pression p du gaz parfait en fonction de p_0 , σ , k et x .
 - b) Exprimer le volume V du gaz parfait en fonction de V_0 , le volume initial, de σ et de x .
 - c) En déduire la pression p en fonction de p_0 , V , V_0 , k et σ .
 - d) Représenter la courbe p en fonction de V .
 - e) Calculer x_F dans l'EET final. Application numérique.
 - f) Calculer V_F et T_F de façon littérale puis numérique.
- 3) Exprimer le travail élémentaire δW algébriquement reçu par le gaz parfait entre deux instants proches t et $t + dt$. En déduire que le travail algébriquement reçu par le gaz est :

$$W = -p_0 \sigma x_F - \frac{1}{2} k x_F^2$$

Expliquer à quoi correspond chaque terme et donner la valeur numérique de W .

- 4) Calculer le transfert thermique Q algébriquement reçu par le gaz. Donner le résultat sous forme littérale et numérique.

Réponse : $p = p_0 + \frac{kx}{\sigma}$; $V = V_0 + \sigma x$; $p = p_0 + \frac{k}{\sigma^2} (V - V_0)$; $x_F = \frac{\sigma P_0}{k} = 0,2m$; $V_F = V_0 + \frac{\sigma^2}{k} P_0 = 2,4 \cdot 10^{-2} m^3$;
 $T_F = 2T_0 \left(1 + \frac{\sigma^2 P_0}{kV_0} \right) = 822K = 549^\circ C$; $W = -1,5 \cdot 10^3 J$; $Q = 1,26 \cdot 10^4 J$.

X Autocuiseur

L'autocuiseur (photo 1), couramment appelé "cocotte-minute[®]", a été inventé en 1679 par le français Denis Papin. Il s'agit d'un dispositif de cuisson des aliments sous une pression supérieure à la pression atmosphérique. L'augmentation de pression s'accompagne d'une augmentation de la température maximale atteinte, ce qui accélère la cuisson des aliments. Une soupape permet de limiter la pression intérieure en évacuant la vapeur d'eau formée et assure une cuisson à température constante.



Photo 1 – Autocuiseur

L'autocuiseur contient toujours un peu d'eau en plus des aliments à cuire. La cuisson se déroule alors en trois étapes :

- un régime transitoire de montée en pression (et en température) du contenu de l'autocuiseur ;
- un régime de cuisson durant lequel la pression et la température de la vapeur d'eau restent constantes (la vapeur qui s'échappe par la soupape est compensée par la vaporisation de l'eau contenue dans l'autocuiseur) ;
- une décompression, souvent rapide, pour arrêter la cuisson.

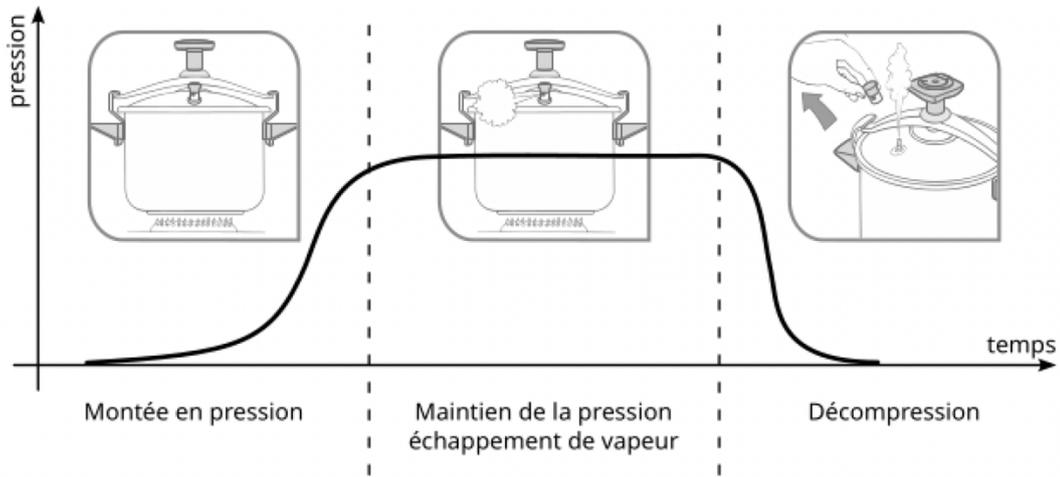


Figure 1 - Étapes de cuisson dans un autocuiseur

Partie A : Masse de la soupape

A.1 - Masse de la soupape

La soupape d'échappement de la vapeur est un cylindre de masse m placé sur le couvercle de l'autocuiseur. Elle peut coulisser verticalement sans frottement sur un cylindre creux qui fait communiquer l'intérieur de l'autocuiseur avec l'extérieur (figure 2)

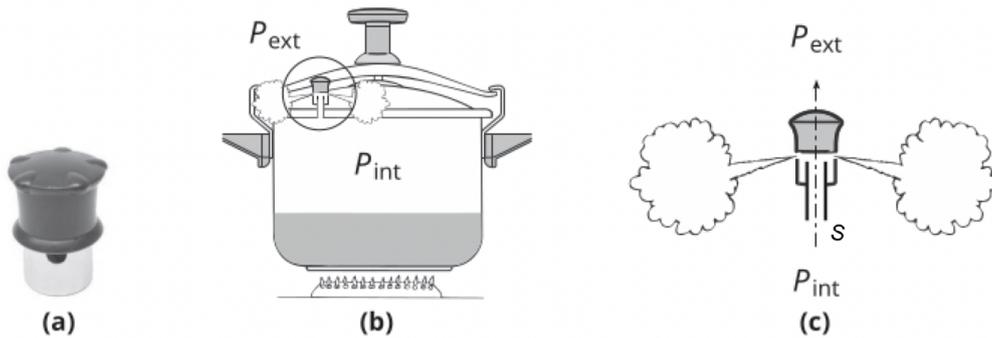
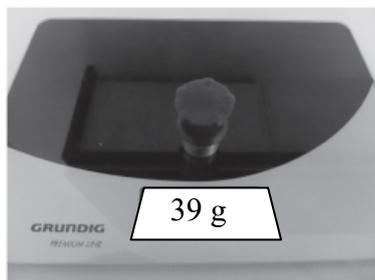


Figure 2 - Schéma de fonctionnement de la soupape d'échappement

Lorsque la pression augmente dans l'autocuiseur, la soupape monte, ce qui permet à la vapeur de s'échapper. En régime permanent, la soupape reste à hauteur constante (figure 2c) et est en équilibre sous l'effet de son poids et des forces de pression.

La pression extérieure vaut $P_{ext} = 1,01 \cdot 10^5$ Pa. On note P_{int} la pression à l'intérieur de l'autocuiseur.

La soupape est pesée sur une balance de cuisine (figure 3a) dont un extrait de la notice est donné (figure 3b).



(a)

Caractéristiques particulières
 ■ Gamme de pesée : 10 g à 5 kg, avec une précision de mesure de l'ordre de 1 gramme.

(b)

Figure 3 - Balance de pesée

Q1. En tenant compte de l'indication de précision mentionnée par la notice de la balance, écrire la valeur numérique de la masse m de la soupape. L'évaluation de son incertitude-type associée serait-elle de type A ou de type B ? Aucun calcul d'incertitude n'est demandé par la suite.

A.2 - Équilibre de pression

La section du conduit cylindrique d'évacuation de la vapeur vaut $S = 7,00 \text{ mm}^2$.
Des indications de pression et le volume de l'autocuiseur sont gravés sur celui-ci (figure 4).



Figure 4 - Indications sur l'autocuiseur

On note $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ la valeur du champ de pesanteur.

Q2. Représenter, à l'équilibre, la soupape et les trois forces qui s'exercent sur elle.

Q3. Déterminer l'expression littérale de P_{int} en fonction de P_{ext} , m , g et de S . Déterminer la valeur numérique de P_{int} .

Q4. L'une des indications gravées sur l'autocuiseur permet-elle de confirmer ce résultat ?
À quoi correspond vraisemblablement l'autre indication de pression ?

Partie B : Mesures dans l'autocuiseur et exploitation

On verse un volume $V_e = 1,00 \text{ L}$ d'eau dans l'autocuiseur que l'on ferme et que l'on place sur une plaque chauffante délivrant la puissance thermique $P_{th} = 1,50 \text{ kW}$.

Des capteurs placés dans l'autocuiseur permettent d'enregistrer la température de l'eau, la température de la phase vapeur ainsi que la pression de la phase vapeur au cours du temps (figure 5).

On note :

- m_e la masse de l'eau,
- $c_e = 4,18 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ la capacité thermique massique de l'eau,
- $C_a = 1,23 \text{ kJ.K}^{-1}$ la capacité thermique de l'autocuiseur.

L'eau et l'autocuiseur sont constamment à la même température et on note T_i leur température initiale.

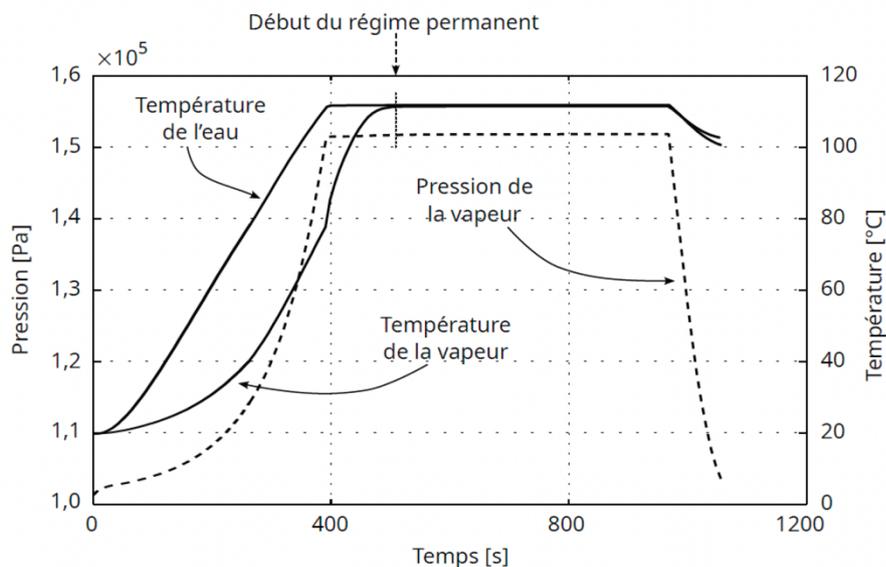


Figure 5 - Mesure de températures et de pression dans l'autocuiseur

B.1 - Premier modèle

Dans un premier temps, on suppose que toute la puissance thermique P_{th} est transférée à l'autocuiseur et à l'eau.

Q5. Relever sur la figure 5 la température initiale T_i .

Q6. On note Δt la durée au bout de laquelle l'eau et l'autocuiseur atteignent la température $T_f = 100\text{ °C}$. Déterminer l'expression littérale de la durée Δt en fonction de m_e , c_e , C_a , T_f , T_i et de P_{th} . Déterminer la valeur numérique de Δt .

Q7. Cette durée est-elle compatible avec les données de la figure 5 ? Si non, donner deux arguments permettant de justifier cet écart.

B.2 - Second modèle

Dans un second temps, on tient compte des pertes thermiques de l'autocuiseur vers son environnement au cours du temps sous la forme d'une puissance thermique de fuite $P_f(t) = k [T(t) - T_{ext}]$ où k et T_{ext} sont des constantes.

Q8. En effectuant un bilan thermique sur le système {eau + autocuiseur} pendant l'intervalle de temps infinitésimal dt , montrer que la température du système satisfait l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau} [T(t) - T_{ext}] = \frac{1}{\tau} \frac{P_{th}}{k} \quad (1)$$

et déterminer l'expression de τ en fonction de m_e , c_e , C_a et de k .

Q9. On cherche une solution de l'équation (1) sous la forme $T(t) = A + B e^{-t/\tau}$. Déterminer les expressions littérales de A et de B en fonction des paramètres de l'équation (1) et de T_i .

Le tracé de la solution de l'équation (1) est présenté sur la figure 6.

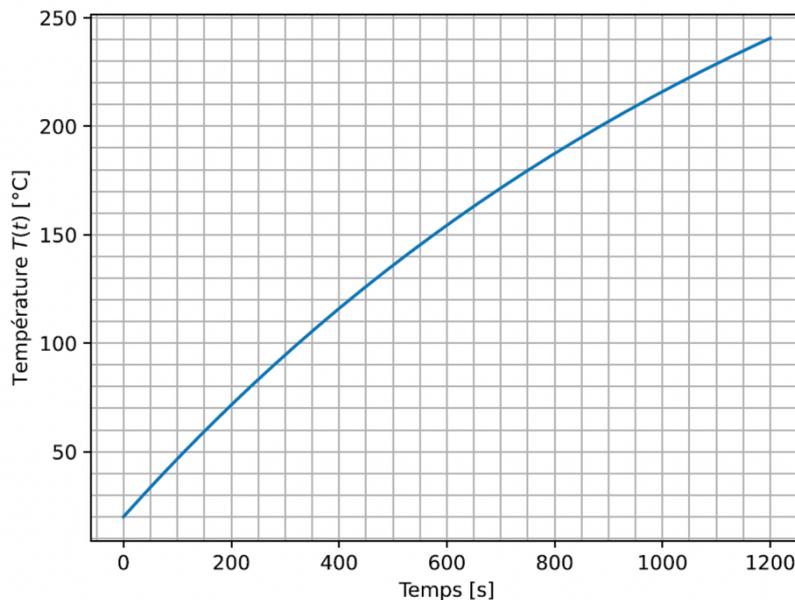


Figure 6 - Évolution de la température intérieure en fonction du temps

Q10. Dédurre de la figure 6 la durée Δt nécessaire pour atteindre la température $T_f = 100\text{ °C}$. Le résultat est-il cohérent avec la durée Δt trouvée précédemment ? Justifier.

Le résultat est-il satisfaisant ? Justifier.

B.3 - Augmentation de la vitesse de cuisson

On observe sur la figure 5 qu'au-delà de 500 s, le régime permanent de cuisson est atteint. On note T_p la température de cuisson et P_p la pression de cuisson en régime permanent.

Q11. Relever sur la figure 5 la température de cuisson T_p et la pression de cuisson P_p en régime permanent.

Q12. Préciser la raison thermodynamique pour laquelle la température et la pression sont devenues constantes. La pression de vapeur saturante de l'eau dépend de la température, comme le montre la figure 7.

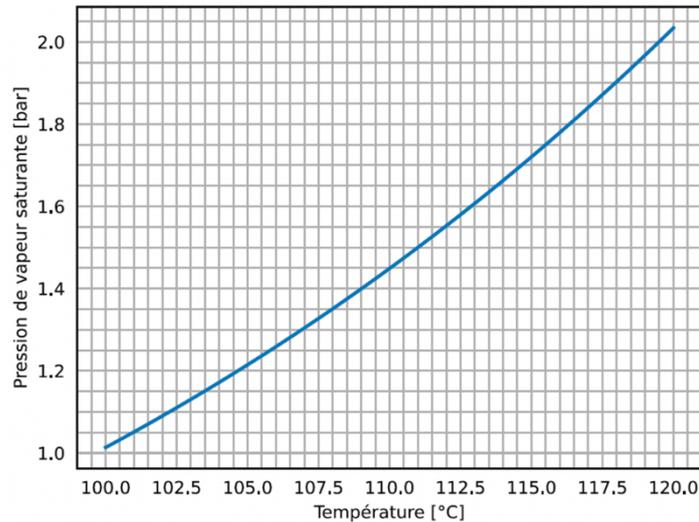


Figure 7 - Évolution de la pression de vapeur saturante en fonction de la température

Q13. Reproduire cette courbe sur votre copie en y positionnant :

- le point de cuisson en régime permanent dans un autocuiseur (T_p , P_p) ;
- le point de cuisson à ébullition sous pression ambiante (T_a , P_a) (qui correspond par exemple à la cuisson de pâtes dans une casserole d'eau bouillante).

La figure 8 donne le facteur de vitesse de la cuisson en fonction de la température de cuisson. La référence est prise à 100°C. Par exemple, une cuisson à 80,0°C a un facteur de cuisson de 0,25 et est donc quatre fois plus lente qu'à 100°C.

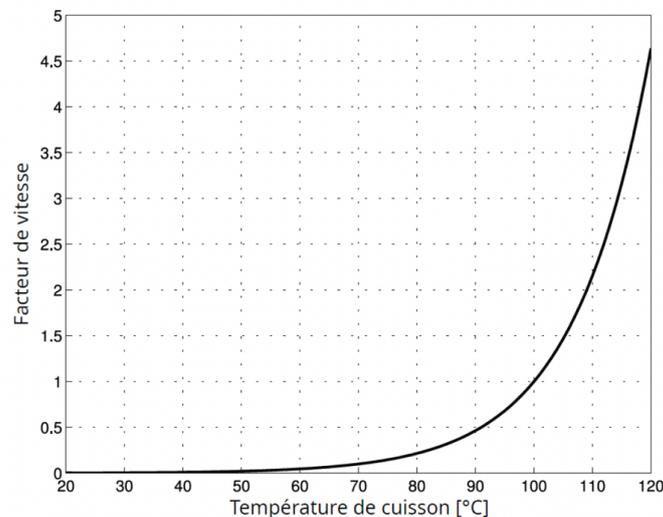


Figure 8 - Évolution du facteur de cuisson en fonction de la température

Q14. Sachant que la cuisson de légumes dans une casserole d'eau bouillante à l'air libre s'est faite en 20,0 minutes, estimer la durée nécessaire à la cuisson de la même quantité de légumes dans un autocuiseur.

B.4 - Estimation du débit de vapeur

Lorsque l'autocuiseur fonctionne en régime permanent, la puissance thermique de la plaque chauffante est réduite à $P_{th} = 600 \text{ W}$. Un jet de vapeur d'eau s'échappe continûment par la soupape.

La puissance fournie par la plaque chauffante sert en partie à vaporiser l'eau présente dans l'autocuiseur et est en partie perdue, les pertes étant de l'ordre de $P_f = 350 \text{ W}$.

On admet que la quantité d'eau vaporisée pendant la cuisson reste suffisamment faible pour considérer le volume d'eau liquide présent dans l'autocuiseur comme constant et égal à $V_e = 1,00 \text{ L}$ (hypothèse \mathcal{H}).

On suppose que le gaz présent dans l'autocuiseur est uniquement constitué de vapeur d'eau. Dans les conditions de cuisson, l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau vaut $\Delta v_{aph} = 2,23 \text{ MJ.kg}^{-1}$.

Q15. Expliquer pourquoi il apparaît des gouttelettes d'eau liquide dans le jet de vapeur à sa sortie par la soupape.

Q16. Déterminer, à l'aide d'un bilan enthalpique, le débit massique du jet de vapeur d'eau en mg.s^{-1} .

Q17. En déduire la masse d'eau perdue dans le jet pour une cuisson de 10,0 minutes.

L'hypothèse \mathcal{H} est-elle toujours vérifiée sur des durées de cuisson usuelles de 30,0 minutes ?

Réponse : $P_{int} = P_{ext} + mg/S = 1,56 \text{ bar}$; $T_i = 20 \text{ }^\circ\text{C}$; $\Delta t = \frac{(c_a + m_e c_e)(T_f - T_i)}{P_{th}} = 4 \text{ min } 48 \text{ s}$; $\tau = \frac{c_a + m_e c_e}{k}$; $A = T_{ext} + \frac{P_{th}}{k}$;
 $B = T_i - T_{ext} - \frac{P_{th}}{k}$; $T_p = 111 \text{ }^\circ\text{C}$ et $P_p = 1,52 \text{ bar}$; 8,7 min ; 112 mg.s^{-1} ; 67 g ; 200 g.